

Geometria compito del 25 Luglio 2001

24 luglio 2001

1. Descrivere, al variare del parametro reale k , le soluzioni del seguente sistema di equazioni lineari.

$$\begin{cases} x + ky & = & 2 \\ kx + y & = & k + 1 \\ (k + 2)x + (2k + 1)y & = & k + 5 \end{cases} \quad (1)$$

2. Si determini una base per il nucleo della applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da:

$$L(x, y, z) = (x + y - z, x - y + z).$$

Si dica inoltre se tale applicazione è suriettiva, motivando la risposta.

3. Nello spazio determinare equazioni parametriche della retta parallela alla retta intersezione dei piani $\pi_1 : x - 2y = 1$ e $\pi_2 : 2x - y - z = -1$ e passante per il punto $P(1, -3, 5)$.
4. Si dica se la retta r di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x & = & 7 - t \\ y & = & 4 - 2t \\ z & = & -1 + 2t \end{cases} \quad (2)$$

è complanare o sghemba alla retta s ortogonale al piano π di equazione

$$3x - y - z = -2 \quad (3)$$

e passante per l'origine.